

## OPTIQUE GEOMETRIQUE

**I** Le microscope sera ici modélisé par une lentille mince convergente ( $L_1$ ) dite objectif, de centre optique  $O_1$  et de distance focale  $f_1 = 5$  mm et une lentille mince convergente  $L_2$  appelée oculaire, de centre optique  $O_2$  et de distance focale  $f_2 = 2$  cm. Les deux lentilles sont coaxiales et leur distance  $O_1O_2 = l = 18,5$  cm. L'objectif donne de l'objet  $AB$  une image  $A_1B_1$  réelle agrandie, puis l'oculaire, fonctionnant en loupe, donne de  $A_1B_1$  une image finale  $A'B'$  virtuelle, agrandie, et renversée par rapport à  $AB$ . L'œil est situé au foyer principal image  $F_2$  de l'oculaire.

- 1) Déterminer la position de l'objet  $AB$  :
  - lorsque l'observateur met au point l'image  $A'B'$  sur l'infini ;
  - lorsqu'il met au point cette image à 25 cm de l'œil.

En déduire la latitude de mise au point, c'est-à-dire la distance des deux positions précédentes de l'objet. Montrer que ce résultat explique l'existence d'une vis micrométrique pour effectuer la mise au point.

- 2) Calculer le diamètre apparent  $\alpha$  de l'objet  $AB$ , de 0,02 mm, vu à « l'œil nu » lorsqu'il est à 25 cm de cet œil, puis le diamètre apparent  $\alpha'$  de l'image  $A'B'$  lorsqu'elle est observée à l'infini.

Calculer le grossissement  $G = \alpha'/\alpha$  du microscope.

*Réponse* :  $\overline{O_1A} = -0,516$  cm puis  $-0,515$  cm ;  $1,55 \mu\text{m}$  ; 400.

### II Œil myope

Un œil myope a son punctum proximum à 12 cm et son punctum remotum à 1,2 m. Le centre optique de la lentille équivalente est à 15,2 mm de la rétine.

- 1) Entre quelles limites la distance focale de cet œil varie-t-elle ?
  - 2) Déterminer la vergence de la lentille cornéenne qu'il faut lui adjoindre pour lui permettre une bonne vision de loin.
- Indication : les vergences de lentilles accolées s'ajoutent.
- 3) Où le punctum proximum de l'œil corrigé est-il alors situé ?

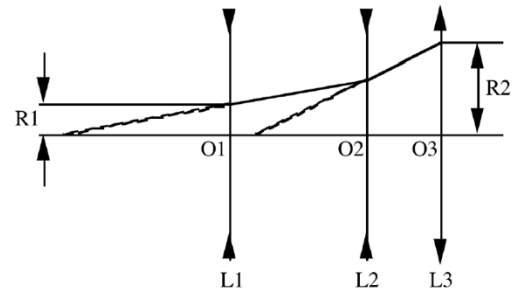
*Réponse* : 1,35 cm et 1,5 cm ;  $-0,877 \delta$  ; 13,41 cm.

### III Élargisseur de faisceau

On considère un système de trois lentilles minces  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$ , de centres optiques  $O_1$ ,  $O_2$  et  $O_3$  et de distances focales images respectives  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$ .

Les lentilles  $L_1$  et  $L_2$  sont divergentes. La lentille  $L_3$  est convergente. On pose  $a = \overline{O_1O_2}$  et  $b = \overline{O_2O_3}$ .

Les distances  $a$  et  $b$  sont réglées de façon à ce qu'un faisceau cylindrique de rayon  $R_1$  dont l'axe est l'axe optique du système donne en sortie un faisceau cylindrique de même axe et de rayon  $R_2 > R_1$ .



- 1) Un tel système est-il convergent, divergent, afocal ou catadioptrique ?
- 2) Pour que le système ait la propriété demandée, quelle proposition ci-dessous doit-il vérifier ?
  - a) L'image donnée par  $L_2$  du foyer objet de  $L_1$  est au foyer image de  $L_3$ .
  - b) L'image donnée par  $L_3$  du foyer image de  $L_2$  est au foyer image de  $L_1$ .
  - c) L'image donnée par  $L_2$  du foyer image de  $L_1$  est au foyer objet de  $L_3$ .
  - d) L'image donnée par  $L_3$  du foyer objet de  $L_2$  est au foyer objet de  $L_1$ .
- 3) Déduire, de l'application de la relation de conjugaison de Descartes, une relation entre  $a$ ,  $b$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$ .
- 4) Exprimer, à l'aide de considérations géométriques simples sur le schéma de la figure ci-dessus, le rapport  $R_2/R_1$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $f_1$  et  $f_3$ .

- 5) Déduire la valeur de  $a$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$ .
- 6) Déduire la valeur de  $b$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$ .
- 7) On donne :  $|f'_1| = 20 \text{ mm}$  ;  $|f'_2| = 20 \text{ mm}$  ;  $|f'_3| = 200 \text{ mm}$  ;  $R_2/R_1 = 20$ . Calculer l'encombrement  $d = \overline{O_1O_3}$  du système.

Réponse :  $\frac{1}{b-f'_3} - \frac{1}{-a+f'_1} = \frac{1}{f'_2}$  ;  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{f'_3(f'_1-a)}{f'_1(f'_3-b)}$  ;  $a = f'_1 + f'_2 \left(1 + \frac{R_2 f'_1}{R_1 f'_3}\right)$  ;  $b = f'_3 + f'_2 \left(1 + \frac{R_1 f'_3}{R_2 f'_1}\right)$  ;  $d = 19 \text{ cm}$ .

IV Une lunette astronomique est un système centré qui se compose :

\* d'un objectif assimilable à une lentille mince convergente  $L_1$  de distance focale image  $f_{ob} = 100 \text{ cm}$ , de centre optique  $O_1$ , de diamètre  $D = 10 \text{ cm}$  ;

\* d'un oculaire que l'on peut aussi assimiler à une lentille mince convergente  $L_2$  de distance focale image  $f_{oc} = 5 \text{ cm}$ , de centre optique  $O_2$  et de diamètre  $d = 1,5 \text{ cm}$ .

**On donnera la valeur numérique de toutes les grandeurs demandées.**

- Calculer la distance  $e = \overline{O_1O_2}$  entre les centres optiques des lentilles pour que le système soit afocal, c'est-à-dire qu'il donne d'un objet à l'infini, une image à l'infini.
  - Un objet situé à l'infini présente un diamètre angulaire  $\theta$  lorsqu'il est observé sans instrument par un œil normal et un diamètre angulaire  $\theta'$  lorsqu'il est observé à travers l'instrument. Calculer le grossissement  $G = \theta'/\theta$  de la lunette.
  - On observe un objet ponctuel situé à l'infini sur l'axe optique de la lunette. Quelle devrait être la valeur minimale du diamètre  $d_m$  de la monture de l'oculaire pour que tous les rayons qui traversent la monture de l'objectif ressortent de l'instrument ? On s'aidera avantagement d'un schéma.
  - On appelle diaphragme d'ouverture celui des deux diaphragmes qui limite le faisceau de rayons qui traverse l'instrument pour la formation de l'image. Donner son diamètre  $d_o$ .
  - On appelle pupille de sortie le conjugué image du diaphragme d'ouverture par rapport à la lunette. Calculer la position  $\overline{O_2P}$  du centre  $P$  de la pupille de sortie par rapport au centre optique  $O_2$  de la lentille oculaire.
  - Déterminer son diamètre  $d_p$ .
  - La lunette étudiée précédemment donne une image renversée de l'objet visé. Pour observer des objets terrestres, on redresse cette image en insérant entre les deux lentilles minces convergentes  $L_1$  et  $L_2$  une lentille mince convergente  $L_3$ , de centre optique  $O_3$  et de distance focale image  $f_3 = 2 \text{ cm}$ . L'oculaire  $L_2$  est alors déplacé pour que la lunette terrestre reste afocale.
- Déterminer la position de la lentille  $L_3$  par rapport à la lentille  $L_1$  pour qu'elle donne de l'image  $\overline{A_1B_1}$  fournie par l'objectif  $L_1$  d'un objet à l'infini une image  $\overline{A_2B_2}$  réelle, renversée et trois fois plus grande que  $\overline{A_1B_1}$ .
- En déduire la nouvelle longueur  $e'$  de la lunette.
  - Calculer le nouveau grossissement  $G'$  de la lunette.

Réponse :  $e = 105 \text{ cm}$  ;  $G = -20$  ;  $d_m = 5 \text{ mm}$  ;  $d_o = 10 \text{ cm}$  ;  $\overline{O_2P} = 5,25 \text{ cm}$  ;  $d_p = 5 \text{ mm}$  ;  $\overline{O_1O_3} = 102,67 \text{ cm}$  ;  $e' = 115,67 \text{ cm}$  ;  $G' = 60$ .

## V Doublet

On étudie un doublet comportant deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$ , de centres  $O_1$  et  $O_2$  représenté sur la feuille 1.

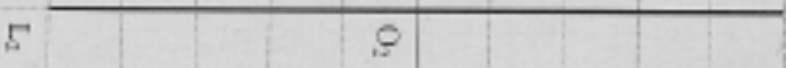
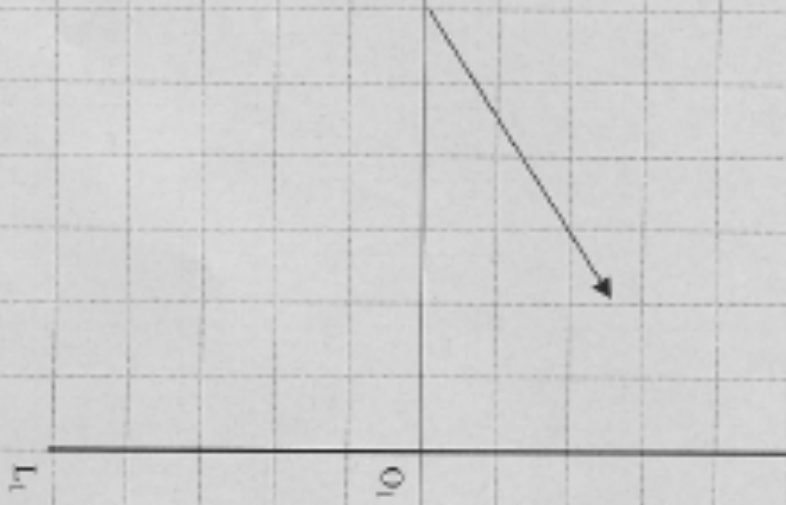
Sur la gauche un rayon incident pénètre dans le système et émerge sur la partie droite, comme indiqué sur la figure.

Un carreau correspond à un centimètre.

- Compléter sur la feuille 1 le trajet du rayon lumineux.
- En déduire la nature de chacune des deux lentilles (convergente ou divergente ?).
- Soient  $F_1$  et  $F_1'$  les foyers objet et image de la lentille  $L_1$ ,  $F_2$  et  $F_2'$  les foyers objet et image de la lentille  $L_2$ . Trouver graphiquement la position de ces foyers. Préciser les valeurs algébriques  $\overline{O_1F_1'}$  et  $\overline{O_2F_2'}$ .
- Qu'appellent-on foyer objet  $F$ , foyer image  $F'$  d'un système optique ? Trouver graphiquement la position de ces foyers. Préciser les valeurs algébriques  $\overline{O_1F}$  et  $\overline{O_1F'}$ . On choisira une couleur pour chaque trajet réel des rayons lumineux.
- Si  $\overline{O_1F_1'} = +4 \text{ cm}$ ,  $\overline{O_2F_2'} = -2 \text{ cm}$  et  $\overline{O_1O_2} = +7 \text{ cm}$ , déterminer par le calcul les valeurs algébriques  $\overline{O_1F}$  et  $\overline{O_1F'}$ .

CODE:

FEUILLE 1



Réponse : L1 convergente ; L2 divergente ;  $\overline{O_1F'_1} = + 3,8 \text{ cm}$  ;  $\overline{O_2F'_2} = - 2 \text{ cm}$  ;  $\overline{O_1F} = - 6,7 \text{ cm}$  ;  $\overline{O_2F'} = - 1,2 \text{ cm}$  ;  $\overline{O_1F} = - 7,2 \text{ cm}$  ;  $\overline{O_1F'} = + 5,8 \text{ cm}$ .

VI Une lentille mince convergente L a pour centre O, pour foyer objet F et pour foyer image F' ; sa distance focale image est  $f' > 0$ . Un miroir plan M centré en S sur l'axe Oz de la lentille, est disposé parallèlement à celle-ci à la distance  $d = 2 f'$  (fig. 7).

Toutes les abscisses des points de l'axe seront comptées positivement dans le sens de l'axe Oz (sens de la lumière incidente).

Un objet AB perpendiculaire à l'axe Oz est disposé de telle sorte que  $p = \overline{OA}$ . Soit A1B1 son image après traversée de L et réflexion sur M.

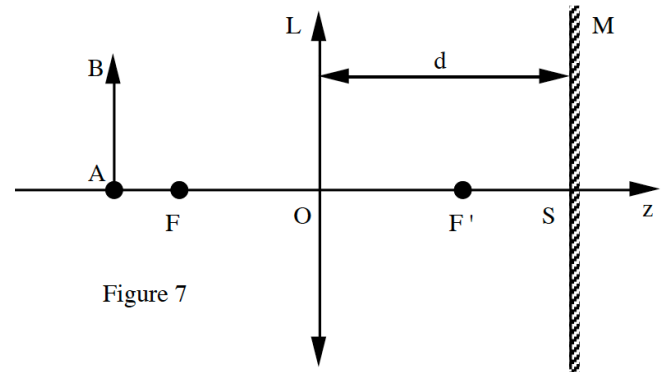


Figure 7

1) Calculer  $\overline{OA_1}$  en fonction de p.

2) Soit A2B2 l'image définitive de AB après retransmission de la lentille L. Calculer  $\overline{OA_2}$  en fonction de p.

3) Trouver la condition à laquelle satisfait p lorsqu'il correspond à deux points de l'axe, dits points de Bravais, pour lesquels l'image A2B2 est dans le même plan que l'objet AB.

4) En déduire les valeurs numériques p1 et p2 ( $p1 < p2$ ) de p qui satisfont à cette condition, sachant que  $f' = 10 \text{ cm}$ .

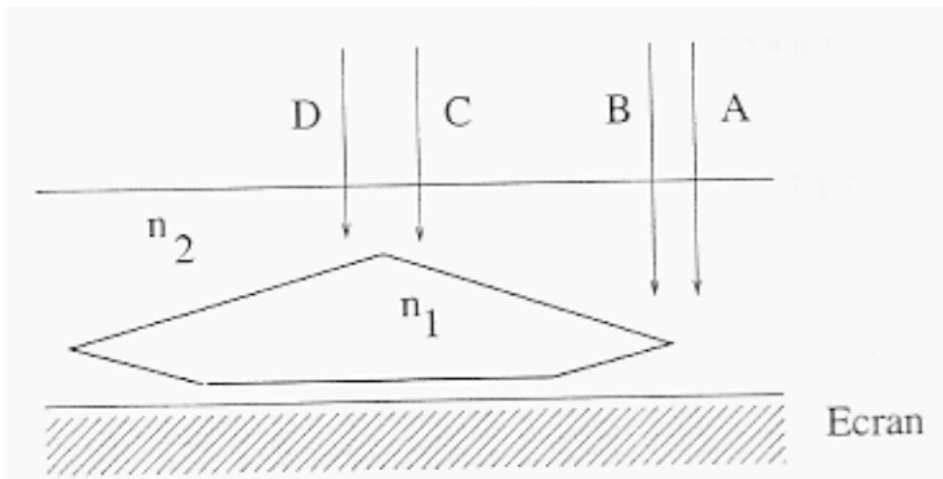
5) Déterminer en fonction de p, dans le cas d'une position quelconque de l'objet AB, le grandissement transversal  $\gamma$  du système.

6) Calculer les valeurs numériques  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  du grandissement transversal  $\gamma$  correspondant respectivement aux abscisses p1 et p2 des points de Bravais.

Réponse :  $\overline{OA_1} = \frac{f'(3p+4f')}{p+f'}$  ;  $\overline{OA_2} = -\frac{f'(3p+4f')}{2p+3f'}$  ;  $p^2 + 3 f' p + 2 f'^2 = 0$  ;  $p_1 = - 20 \text{ cm}$  ;  $p_2 = - 10 \text{ cm}$  ;

$\gamma = -\frac{f'}{2p+3f'}$  ;  $\gamma_1 = + 1$  ;  $\gamma_2 = - 1$ .

## VII Réfraction



Un solide transparent d'indice de réfraction  $n_1$ , est plongé dans un liquide transparent d'indice de réfraction  $n_2$ . Un faisceau lumineux, en incidence normale, vient éclairer le solide, et après la traversée de celui-ci, illumine un écran situé sous le solide.

1) En reproduisant fidèlement la figure ci-dessus, tracer l'allure du prolongement des rayons réfractés issus de A, B, C et D, jusqu'à l'écran, dans le cas où l'indice de réfraction  $n_1$  est supérieur à  $n_2$ , puis dans le cas où l'indice de réfraction  $n_1$  est inférieur à  $n_2$ . On ne tiendra pas compte des rayons réfléchis.

En déduire les zones de plus forte et de plus faible intensité lumineuse sur l'écran.

2) Application

Un collectionneur de gemmes possède trois petites pierres transparentes et incolores : une moissanite, un zircon et un morceau de

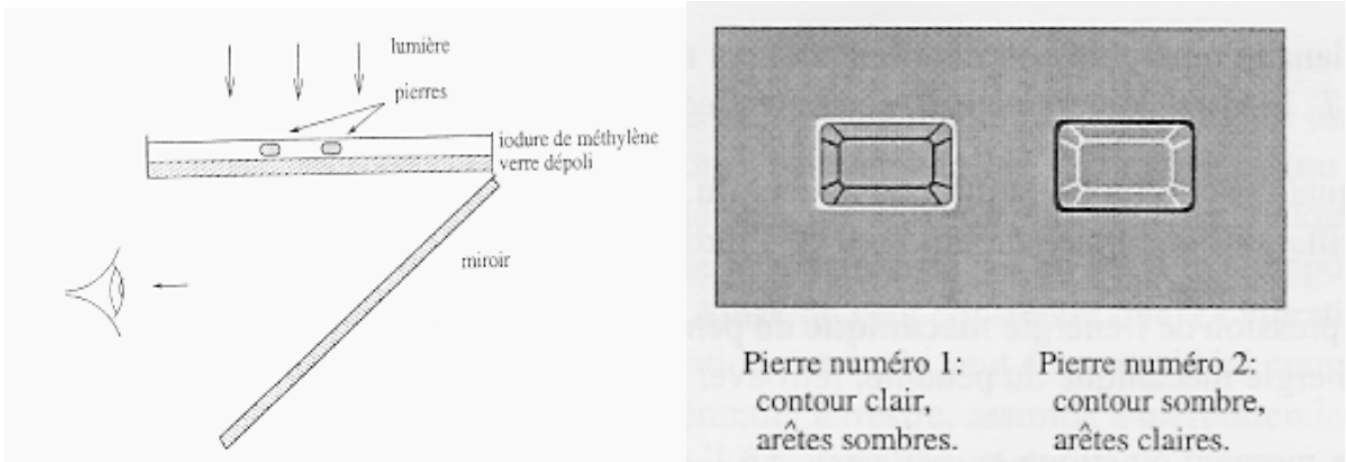
verre à fort indice (flint), ainsi qu'un flacon d'iodure de méthylène liquide. Les propriétés physiques de ces quatre substances sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Substance	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Indice de réfraction
Zircon	4690	1,95
Moissanite	3210	2,70
Verre flint	3740	1,64
Iodure de méthylène	3330	1,75

Les trois pierres ont été interverties, si bien que leur propriétaire doit conduire une série d'expériences pour les reconnaître.

a) L'immersion des trois pierres dans l'iodure de méthylène, permet de reconnaître immédiatement l'une des trois pierres. Laquelle ?

b) Les deux pierres restantes sont posées sur un morceau de verre dépoli, recouvertes d'iodure de méthylène, puis éclairées depuis le haut. Un miroir incliné situé sous le verre dépoli permet d'observer le verre dépoli par en dessous (figure ci-dessous à gauche). La pierre numéro 1 est entourée d'un contour brillant, et ses arêtes vives sont sombres. La pierre numéro 2 est entourée d'un contour sombre, et les arêtes paraissent brillantes (figure ci-dessous à droite). Identifier les pierres numéro 1 et numéro 2.



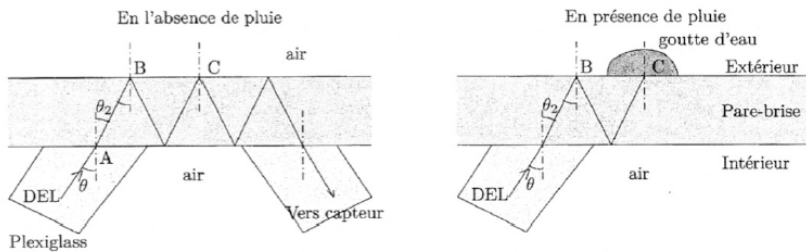
Réponse : on reconnaît la moissanite par immersion ; pierre n°1 : flint et pierre n°2 : zircon.

**VIII Détection automatique de la pluie**

De nombreux dispositifs d'aide à la conduite sont apparus ces dernières années, comme par exemple la détection automatique de pluie qui commande la mise en route des essuie-glaces.

Disposée à l'intérieur du véhicule, une diode électroluminescente (DEL) projette un faisceau lumineux sur le pare-brise. Un capteur reçoit et mesure en permanence la lumière réfléchie.

Plus il y a d'eau sur la vitre, moindre est la réflexion. Le capteur de pluie pilote ainsi l'essuie-glace en fonction de la quantité d'eau détectée et sélectionne automatiquement la vitesse d'essuyage la plus efficace.



Les rayons lumineux émis par la DEL se propagent jusqu'au pare-brise dans du plexiglas d'indice optique  $n_p = 1,50$ . Les rayons sont dirigés vers le pare-brise avec un angle d'incidence de  $\theta = 50^\circ$ .

On supposera que le pare-brise est en verre d'indice optique  $n_v = 1,55$ . L'indice optique de l'eau est  $n_e = 1,33$  et celui de l'air  $n_a = 1,00$ .

- 1) Calculer la valeur de  $\theta_2$  l'angle de réfraction au point A.
- 2) En l'absence de pluie, existe-il un rayon réfracté au point B ou au point C ? Justifier.

- 3) En présence d'une goutte de pluie sur le pare-brise, existe-il un rayon réfracté au point C ? Justifier.  
 4) Expliquer pourquoi plus il y aura de gouttes sur le pare-brise, moins l'intensité lumineuse reçue par le capteur sera importante.

Réponse :  $\theta_2 = 48^\circ$  ; réflexion totale en l'absence de pluie, rayon réfracté en présence de pluie.

### IX Étude sommaire de l'optique d'un capteur photographique de smartphone

Les téléphones portables intègrent maintenant quasi systématiquement une fonction appareil photographique. Les dispositifs photographiques sont donc de conception très simple afin que le prix de revient soit le plus bas possible et que leur encombrement et leur poids soient minimales.

L'objectif n'est composé que d'une seule lentille mince L, de diamètre utile  $DL$  et le capteur CCD se situe à une distance  $d$  fixe de la lentille. Aucune mise au point n'est possible, c'est à dire que la distance  $d$  est fixée lors de la fabrication et n'est pas modifiable par l'utilisateur ou par un dispositif autofocus, contrairement au cas des objectifs classiques.

Nous travaillerons dans les conditions de Gauss.

On rappelle les formules de conjugaison de Descartes et de Newton :  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$  et  $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$ .

#### 1) Conditions de Gauss

- a) Rappeler en quoi consistent les conditions de Gauss ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients.  
 b) Comment fait-on en pratique pour travailler dans les conditions de Gauss ?

#### 2) En fonctionnement usuel, les objets et les images données par L sur le capteur sont réels.

En s'intéressant à la nature convergente ou divergente du faisceau incident et du faisceau émergent, justifier la nature convergente ou divergente de la lentille L servant d'objectif.

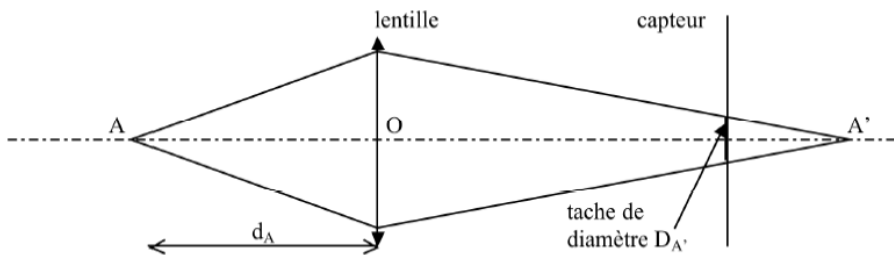
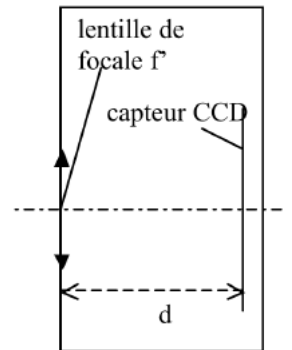
Par la suite, sa distance focale sera notée  $f'$ .

#### 3) L'objet à photographier étant situé à l'infini, déterminer la valeur de la distance $d$ qu'il faudrait prévoir lors de la fabrication pour que son image soit nette sur le capteur CCD.

#### 4) Quelle est alors la dimension $X$ sur le capteur CCD de l'image de la Lune qui a un diamètre apparent correspondant à l'angle $\alpha = 9,0 \cdot 10^{-3}$ rad ? On pourra s'aider d'une construction pour répondre. Faire l'application numérique pour $f' = 3,9$ mm.

#### 5) Un objet ponctuel A, qui n'est pas situé à l'infini, a son image en dehors du plan du capteur et donne sur celui-ci une tache de diamètre $DA'$ .

Soit  $d_A$  la distance entre le point A et la lentille ( $d_A$  est une distance, et est donc positive).



#### a) Exprimer la distance $OA'$ en fonction de $f'$ et $d_A$ .

#### b) Montrer que l'expression de $DA'$ en fonction de $DL$ (diamètre utile de la lentille), $f'$ et $d_A$ est : $DA' = DL \frac{f'}{d_A}$ .

#### 6) Le capteur est formé de récepteurs que l'on supposera circulaires et de même diamètre $\varepsilon$ . Une image, après codage numérique et affichage sur l'écran de l'appareil, paraît nette si un point objet n'a éclairé qu'un seul grain récepteur du capteur et a donc donné finalement une tache de diamètre inférieur ou égal à $\varepsilon$ .

Sachant que  $f' = 3,9$  mm, que  $DL = 2,0$  mm et que  $\varepsilon = 15$   $\mu\text{m}$ , calculer numériquement la position du point A (donnée par  $d_A$ ) le plus proche qui est encore net après traitement.

7) Afin de pouvoir diminuer  $d_A$ , on augmente la distance  $d$  afin qu'un point à l'infini soit à la limite de netteté : il donne donc une tache de diamètre  $\varepsilon$  sur le capteur.

a) Faire un schéma du dispositif montrant la tache donnée par l'objet à l'infini.

b) Déterminer  $d$  et faire l'application numérique.

c) Déterminer la nouvelle distance  $d_A$  correspondant au point le plus près donnant lui aussi une tache de diamètre  $\varepsilon$  sur la pellicule et faire l'application numérique.

Comment vérifier rapidement la cohérence de cette expression avec le résultat de la question 6) ?

$$\text{Réponse : } d = f' ; X = 0,035 \text{ mm} ; \overline{OA'} = \frac{d_A f'}{d_A - f'} ; d_A = 52 \text{ cm} ; d = f' \left( 1 + \frac{\varepsilon}{D_L} \right) = 3,93 \text{ mm} ; d_A = \frac{f'}{2} \left( 1 + \frac{D_L}{\varepsilon} \right) = 26 \text{ cm}$$

## X Camera de contrôle des plaques d'immatriculation

### Rappel : Relations de conjugaison et de grandissement

Pour un objet (AB), d'image (A'B') à travers une lentille mince de centre optique O, de foyer objet F et foyer image F', de distance focale image  $f'$ .

Formules de Newton :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \gamma = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{-\overline{F'A'}}{f'}$$

Formules de grandissement.

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$$

Formule de conjugaison

Formules de Descartes :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Formules de grandissement.

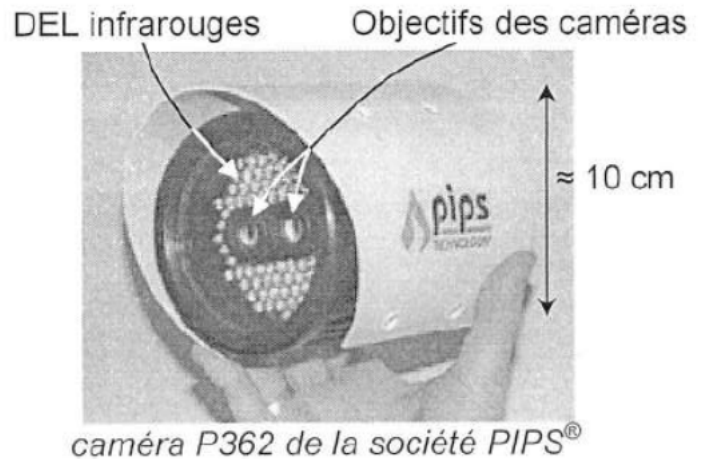
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Formule de Descartes pour la conjugaison.

Pour diminuer le nombre de véhicules circulant dans le centre-ville et réduire ainsi les embouteillages, la pollution et le bruit qu'ils engendrent, plusieurs grandes agglomérations (Londres, Singapour, Stockholm) utilisent un système de péage urbain.

Différentes technologies sont mises en œuvre pour détecter les véhicules entrant dans la zone de circulation taxée. Le système londonien, appelé London Congestion Charge (mis en place en 2003) utilise un réseau de 500 caméras installées à chaque point permettant d'entrer ou de sortir de la zone payante. Les images obtenues sont ensuite analysées par un algorithme LAPI (lecture automatique des plaques d'immatriculation) qui génère une liste des véhicules ayant circulé dans le centre-ville, ce qui déclenche la facturation d'une taxe.

Ces systèmes doivent être robustes, peu coûteux, ne nécessiter aucun réglage et être fonctionnels dans des conditions de luminosité très variées. Le modèle retenu (ci-contre) comporte deux caméras identiques : l'une enregistrant dans le domaine visible et l'autre dans le proche infrarouge grâce à un filtre stoppant les radiations visibles. Un ensemble de diodes électroluminescentes (DEL) émettant des flashes de longueur d'onde respective 810 nm et 950 nm entoure les caméras et permet d'illuminer la plaque d'immatriculation.



Les spécifications du constructeur sont les suivantes :

Le capteur CCD (Charge Coupled Device) de ces caméras est un rectangle de diagonale 1/4" (0,635 cm) et est découpé en 752 × 582 pixels (largeur × hauteur) ; les pixels sont des carrés tous identiques, de côté  $a$ .

Pour réduire le coût, les risques de panne et les réglages lors de l'installation, ces caméras ont une distance focale image  $f'$  fixe. Le constructeur propose différents modèles destinés à enregistrer les plaques d'immatriculation à une distance de mesure déterminée  $L$ .

Le tableau suivant résume les modèles disponibles :

**Tableau 1**

Modèle de caméra	1	2	3	4	5
Focale $f'$	35,0 mm	25,0 mm	16,0 mm	12,0 mm	8,00 mm
Distance de mesure $L$	20,0 m	14,5 m	9,00 m	7,00 m	4,50 m

La norme britannique concernant les plaques d'immatriculation est la suivante :

Les plaques doivent mesurer 110 mm de hauteur et 520 mm de largeur. Les caractères doivent avoir une hauteur de 79 mm et une largeur de 50 mm, l'épaisseur du trait étant fixée à 14 mm.



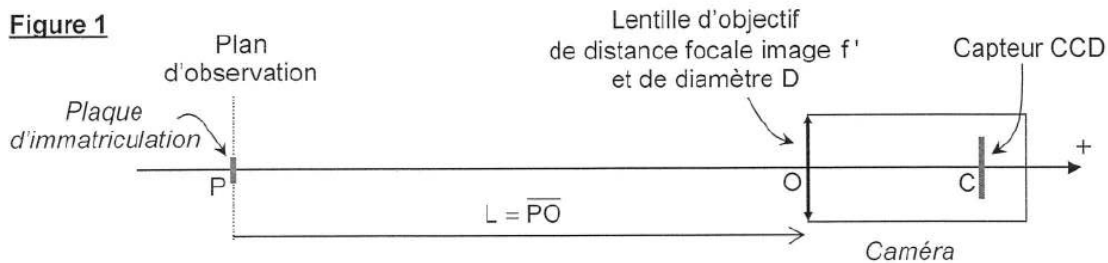
**A / DIMENSIONNEMENT DES CAMERAS**

Les caméras sont identiques et constituées d'une lentille d'objectif de distance focale image  $f'$  qui forme sur le capteur CCD une image de la plaque d'immatriculation.

La figure 1 illustre cette configuration (les échelles relatives ne sont pas respectées).

**A1.** Donner la condition que doivent vérifier  $f'$  (distance focale image de la lentille) et  $PC$  (distance entre l'objet réel et son image réelle) pour que cette opération soit possible. On ne demande pas de justifier.

**Figure 1**



Comment s'appelle la réalisation de l'image réelle d'un objet réel ?

**A2.** Exprimer la distance  $\overline{OC}$  en fonction de  $L = \overline{PO}$  et  $f' = \overline{OF'}$ .

Justifier pourquoi la lentille doit nécessairement être convergente.

**A3.** Écrire le grandissement  $\gamma$  en fonction de  $L$  et  $f'$ .

**A4.** En tenant compte des valeurs numériques du Tableau 1, simplifier l'expression de  $\overline{OC}$  obtenue à la question A2. Commenter.

**A5.** Simplifier de même l'expression de  $\gamma$ . Calculer la valeur numérique du grandissement  $\gamma$  pour ces cinq modèles de caméras (répondre avec 3 chiffres significatifs). Commenter.

Pour les questions suivantes,  $\gamma$  sera pris égal à la moyenne de ces cinq valeurs.

**A6.** Déterminer la valeur numérique de la longueur  $a$  du côté d'un pixel de ce capteur (données en début de sujet).

En déduire la largeur et la hauteur du capteur CCD en millimètres.

**A7.** En déduire les dimensions du champ de vue dans le plan d'observation.

Est-il suffisant d'installer une caméra par rue permettant d'accéder au centre-ville ?

**A8.** Déterminer la taille de l'image d'un des caractères de la plaque d'immatriculation sur le capteur CCD en micromètres, puis en pixels.

**A9.** Le dimensionnement de la caméra est imposé par une valeur optimale de  $\gamma$  qui repose sur un compromis entre deux contraintes antagonistes : préciser lesquelles.

**A10.** Quels problèmes se poseraient si le dispositif ne filmait que dans le domaine visible ?

Quels sont les avantages à filmer une seconde image en infrarouge ?

Les lentilles de ces caméras ont un diamètre  $D = 1,00$  cm. Elles se comportent donc comme un pupille circulaire qui diffracte la lumière. L'image d'une source ponctuelle n'est donc pas un point mais présente une certaine étendue spatiale due à la diffraction.

**A11.** Calculer, pour la caméra 1, l'ordre de grandeur de la largeur de la tache de diffraction de l'image d'un point sur le capteur CCD pour le rayonnement infrarouge utilisé, sachant que le rayon angulaire de la tache de diffraction est  $1,22 \frac{\lambda}{D}$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la lumière utilisée. Comparer ce phénomène à la pixellisation de l'image. Limite-t-il la résolution ?



**B / PROFONDEUR DE CHAMP**

Bien que ces caméras ne disposent pas de dispositif de mise au point (la distance focale est fixe), il est néanmoins possible de visualiser des plaques d'immatriculation qui ne sont pas rigoureusement situées à la distance  $L$  spécifiée par le constructeur (cf. Tableau 1).

Le but de cette partie est de déterminer la profondeur de champ  $Z$ , c'est-à-dire la longueur de la zone de l'espace où l'objet peut être placé afin que la caméra en fournisse une image considérée comme nette.

Le document – réponse en annexe page 5/5, à rendre avec la copie, comporte différentes figures sur lesquelles un objet ponctuel est situé sur l'axe optique (les constructions ne sont pas à l'échelle et ont pour seul but d'illustrer le phénomène). Le diamètre de la lentille est  $D = 1,00 \text{ cm}$ .

Sur la première figure, l'objet est situé en  $P_0$ , à la distance  $L$  spécifiée par le constructeur.

**B1.** Compléter cette figure en représentant le trajet des deux rayons lumineux issus de  $P_0$  et frappant la lentille en deux points extérieurs diamétralement opposés. Représenter la position de l'image  $C_0$  de ce point  $P_0$  par la lentille objectif. Un soin particulier est attendu dans la réalisation de la construction dont la démarche doit être rigoureusement justifiée.

Le capteur CCD est positionné dans le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par  $C_0$ . L'objet ponctuel  $P_1$  est maintenant placé à une distance  $\Delta_1 = \overline{P_0P_1} > 0$  de  $P_0$ .

**B2.** Compléter la seconde figure du document - réponse en y représentant :

- le plan du capteur CCD (en reportant le point  $C_0$  de la construction de la question B1)
- le trajet des deux rayons lumineux issus de  $P_1$  et frappant la lentille en deux points diamétralement opposés. Son image est notée  $C_1$ .

Ce faisceau ne forme pas une image ponctuelle sur le capteur mais un disque de diamètre  $d_1 > 0$  qui doit être inférieur à la taille  $a$  d'un pixel pour que l'image soit nette :  $0 < d_1 < a$ .

**B3.** Montrer que le diamètre de la tache image, notée  $d_1$ , peut s'exprimer sous la forme :

$$d_1 = \beta \frac{f' \Delta_1}{(L-f')(L-\Delta_1)}, \text{ où } \beta \text{ est un facteur à expliciter.}$$

Pour cela, on écrira les relations de conjugaison pour les couples de points conjugués  $(P_0, C_0)$  et  $(P_1, C_1)$ , ainsi qu'une relation géométrique (triangles semblables ou théorème de Thalès) sur la figure précédente.

**B4.** Compléter la troisième figure, dans le cas où  $\overline{P_0P_2} = -\Delta_2$  ( $\Delta_2 > 0$  est une distance).

Le diamètre de la tache image peut alors s'exprimer sous la forme  $d_2 = \beta \frac{f' \Delta_2}{(L-f')(L+\Delta_2)}$  (résultat fourni que l'on ne demande pas d'établir).

**B5.** Simplifier les expressions de  $d_1$  et  $d_2$  sachant que  $f' \ll L$ .

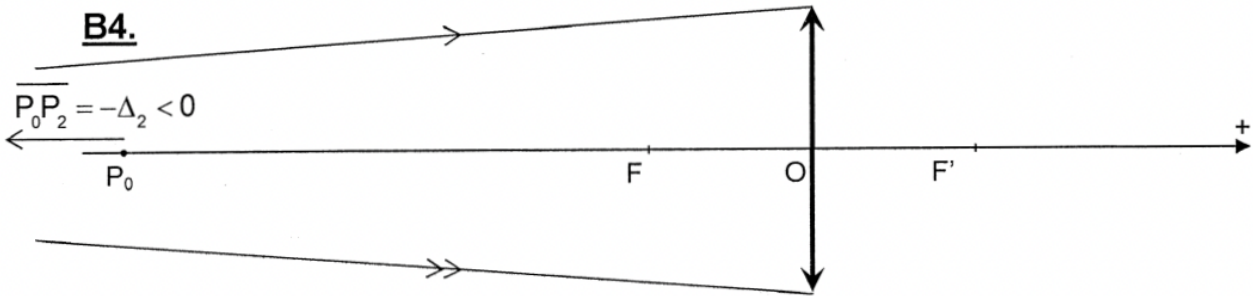
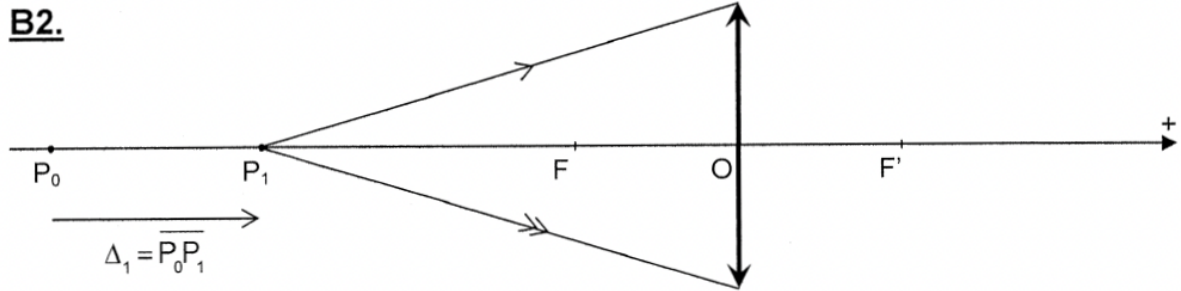
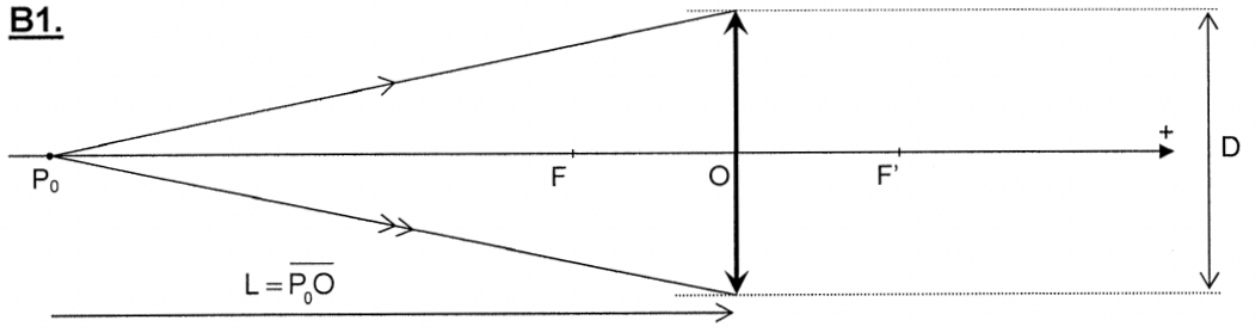
**B6.** Exprimer, en fonction de  $a$ ,  $L$ ,  $D$  et  $f'$ , les distances  $\Delta_{1\text{lim}}$  et  $\Delta_{2\text{lim}}$  telles que la tache image sur le capteur ait un diamètre égal à la taille d'un pixel.

**B7.** Calculer les valeurs numériques des distances  $\Delta_{1\text{lim}}$  et  $\Delta_{2\text{lim}}$  pour la caméra 3, en prenant  $a = 7,00 \mu\text{m}$ .

**B8.** Déterminer l'expression de la profondeur de champ  $Z$  en fonction de  $f'$ ,  $D$ ,  $a$  et  $L$ .

**B9.** Simplifier cette expression en tenant compte des valeurs numériques de l'énoncé.

**B10.** Commenter le choix d'une lentille de petit diamètre pour réaliser cette caméra.



Remarque :  $P_2$  est en dehors de la figure

Réponse :  $\overline{OC} = \frac{Lf'}{L-f'} \approx f'$  ;  $\gamma = \frac{f'}{f'-L} \approx -\frac{f'}{L} = -1,75 \cdot 10^{-3}$  ;  $a = 6,68 \mu\text{m}$  ;  $5,02 \text{ mm} \times 3,89 \text{ mm}$  ;  $2,87 \text{ m} \times 2,22 \text{ m}$  ;  $13 \times 21$  pixels ;  
 Largeur tache diffraction  $\approx a$  ;  $\Delta_{1lim} = \frac{aL^2}{Df'+a}$  ;  $\Delta_{2lim} = \frac{aL^2}{Df'-a}$  ;  $Z = \frac{aL^2+2Df'}{D^2f'^2-a^2L^2} \approx \frac{2aL^2}{Df'}$

**XI Doublet formé de deux lentilles de natures différentes**

Ce problème comporte de nombreuses questions indépendantes de difficultés très variables.

On prendra garde à la nature divergente d'une des deux lentilles,  $L_2$  en l'occurrence.

**Partie A : Réalisation d'une lunette**

Les lentilles sphériques minces, notées  $L_i$ , sont utilisées dans le cadre de l'approximation de Gauss. Chaque lentille  $L_i$  est caractérisée par son centre optique  $O_i$  et par sa distance focale image  $f'_i$ . Les foyers objet et image sont notés respectivement  $F_i$  et  $F'_i$ .

1) Étude d'une lentille mince convergente L1

On souhaite déterminer, expérimentalement, la distance focale image  $f'1$  de la lentille L1. Pour cela, on effectue le relevé, sur un banc optique gradué, des positions sur l'axe, du centre optique O1, du point objet lumineux A et de son image A'. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

$\overline{AO_1}(cm)$	24,0	26,0	28,0	30,0	32,0	34,0	36,0	38,0
$\overline{O_1A'}(cm)$	120	86,7	70,2	60,2	53,1	48,6	45,2	42,2

a) Proposer une méthode permettant d'exploiter les résultats du tableau afin de vérifier la validité de la formule de Descartes et de déterminer la distance focale image  $f'1$  de cette lentille.

b) Mettre en œuvre la méthode proposée. La formule de Descartes est-elle vérifiée ? En déduire la valeur numérique de la distance focale image  $f'1$ .

2) Étude d'une lentille mince divergente L2

a) On choisit un point A sur l'axe optique et un objet réel AB transverse tels que  $\overline{AF'_2} > 0$ .

Faire un schéma de la lentille, placer l'objet AB sur ce schéma et proposer une construction géométrique, en la détaillant, de l'image A'B' correspondante.

Quelle est la nature de l'image A'B' ?

b) Application numérique : on donne  $f'2 = -5,0$  cm et  $\overline{AO_2} = +7,5$  cm.

Calculer la valeur du grandissement linéaire défini par  $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$ .

## 3) Association des deux lentilles

a) Grâce à la lentille précédente L1, on projette, sur un écran E plan et orthogonal à l'axe, l'image nette A'B' d'un objet réel quelconque AB, dont la position n'est pas précisée.

On souhaite alors agrandir l'image A'B'. On maintient l'objet AB et la lentille L1 fixes dans leur position d'origine, mais on interpose, entre L1 et E, la lentille divergente précédente L2.

Pour obtenir une image nette deux fois plus grande, il est nécessaire de reculer l'écran E d'une distance  $\ell$ .

\* Proposer un tracé des rayons qui illustre le rôle de la lentille L2.

\* Exprimer la distance  $\ell$  en fonction de  $f'2$ .

\* Application numérique : on donne  $f'2 = -5,0$  cm. Calculer  $\ell$ .

b) Soit  $\alpha$  l'angle sous lequel un observateur voit à l'œil nu, un objet réel AB transverse situé à l'infini. Le point A appartient à l'axe optique,  $\alpha$  est appelé diamètre apparent de l'objet AB.

Afin de mieux observer cet objet, on utilise une lunette constituée de deux lentilles L1 (objectif convergent) et L2 (oculaire divergent).

La distance  $e$  séparant les deux lentilles est réglée pour qu'un œil normal n'ait pas à accommoder lorsqu'il observe, à travers la lunette, l'image d'un objet situé à l'infini. L'image doit donc se situer elle aussi à l'infini.

\* Exprimer  $\overline{O_1O_2}$  en fonction des valeurs algébriques  $f'1$  et  $f'2$ .

\* Faire un schéma du dispositif et tracer la marche d'un faisceau de rayons issus de B, point à l'infini n'appartenant pas à l'axe.

\* Soit  $\alpha'$  le diamètre apparent de l'image finale A'B'.

Exprimer, en fonction des valeurs algébriques  $f'1$  et  $f'2$ , le grossissement  $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ .

- \* Application numérique : on donne  $f'1 = +20$  cm et  $f'2 = -5,0$  cm. Calculer le grossissement  $G$ .
- \* L'image  $A'B'$  est-elle renversée par rapport à l'objet  $AB$  ?

### Partie B : Mise au point

On place un écran à une distance  $D$  fixe derrière une lentille convergente  $L1$ . On interpose entre  $L1$  et l'écran une lentille **divergente**  $L2$  dont on peut faire varier la distance  $d$  avec l'écran.

On donne ici (**valeurs différentes de la partie précédente**) :  $f'1 = +4,0$  cm et  $f'2 = -6,0$  cm.

#### 1) Mise au point à l'infini

- a) Le système est réglé de façon à ce que les objets à l'infini donnent une image nette sur l'écran. Quel est nécessairement le signe de  $D - f'1$  pour que cela soit possible ? Justifier.
- b) Lorsque cette condition est réalisée, quelle est l'expression de  $d$ , notée  $d_\infty$  correspondante, en fonction de  $f'1$ ,  $f'2$  et  $D$  ?
- c) Faire un schéma du système et construire l'image d'un objet  $AB$  à l'infini vu sous l'angle  $\alpha$ .
- d) Exprimer la taille de l'image  $\overline{A'B'}$  en fonction de  $\alpha$ ,  $D$  ;  $f'1$  et  $d_\infty$ .

#### 2) Modification du système

- a) Lorsque l'on veut mettre maintenant au point sur un objet à distance finie, dans quel sens faut-il déplacer la lentille divergente ?
- b) On souhaite réaliser un système tel que  $d_\infty = D$ . Déterminer littéralement puis numériquement la nouvelle valeur de  $D$  à donner alors au système.

#### 3) Latitude de mise au point

- a) Dans le cas précédent où  $D = d_\infty$ , indiquer la profondeur de mise au point du système, c'est-à-dire le domaine des positions de l'objet  $AB$  susceptibles de donner une image nette sur l'écran pour une valeur de  $d$  donnée.
- b) Faire une construction à l'échelle  $\frac{1}{2}$  permettant de déterminer la position de  $A$ . Retrouver ce résultat par le calcul. Donnée :  $d = +6,0$  cm.

Réponse :  $f'1 = 20$  cm ;  $\gamma = 0,40$  ;  $\ell = -f'2/2 = 2,5$  cm ;  $\overline{O_1O_2} = f'1 + f'2$  ;  $G = -f'1/f'2 = 4,0$  ;  $D - f'1 > 0$  ;

$$d_\infty = \frac{D - f'1 + \sqrt{(D - f'1)(D - f'1 - 4f'2)}}{2} ; \overline{A'B'} = \frac{d_\infty \alpha f'1}{d_\infty - D + f'1} ; d < d_\infty ; D = \frac{f'1 f'2}{f'1 + f'2} = 12 \text{ cm} ; \text{ de l'infini à } 6 \text{ cm de } L1 ; \overline{O_1A} = 7,2 \text{ cm.}$$

## XII Le bleu de la perruche

**Formulaire** : relations de Newton (avec origine aux foyers  $F$  et  $F'$ ) pour une lentille de distance focale  $f'$  conjuguant un objet  $A$  et une image  $A'$ .

$$\text{Relation de conjugaison : } \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$$

$$\text{Grandissement : } \gamma = \frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

À l'origine, la couleur des perruches à l'état sauvage est verte, mais la captivité chez cet oiseau, souvent élevé en nombre, a permis l'émergence de nouvelles couleurs, comme le bleu (**photo 1**). C'est notamment l'appauvrissement en pigments jaunes dans son plumage qui est indirectement responsable de cette coloration si particulière et rare dans le domaine animal. De façon schématique, une plume est constituée essentiellement d'un rachis sur lequel pousse les barbes sur lesquelles naissent des barbules (**figure 1**). Le long des barbules prennent naissance à leur tour des crochets.



Photo 1 - Perruche bleue

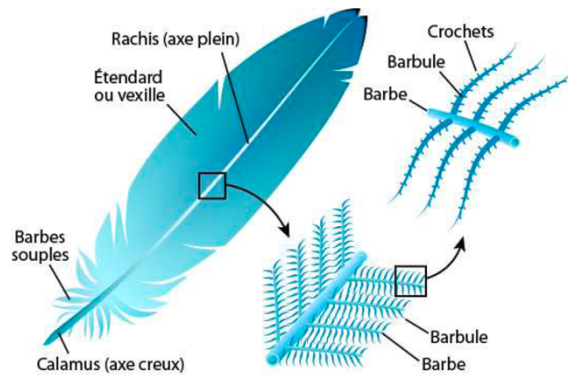


Figure 1 - Constitution d'une plume

Afin de déterminer l'origine physique de cette couleur bleue, on observe une partie AB d'une plume de perruche à l'aide d'un microscope optique.

Pour cela, on dispose :

- d'une première lentille,  $L_1$  (centre  $O_1$ , distance focale  $f'_1 = 1,200$  cm), qui porte le nom d'objectif ;
- d'une deuxième lentille,  $L_2$  (centre  $O_2$ , distance focale  $f'_2 = 2,000$  cm), qui porte le nom d'oculaire.

La distance qui sépare le foyer image  $F'_1$  de l'objectif et le foyer objet  $F_2$  de l'oculaire est appelée intervalle optique, noté  $\Delta$ , avec ici  $\Delta = 16,00$  cm (**figure 2**). L'observation se fait à l'aide d'un œil emmétrope (œil à vision normale) situé derrière l'oculaire.

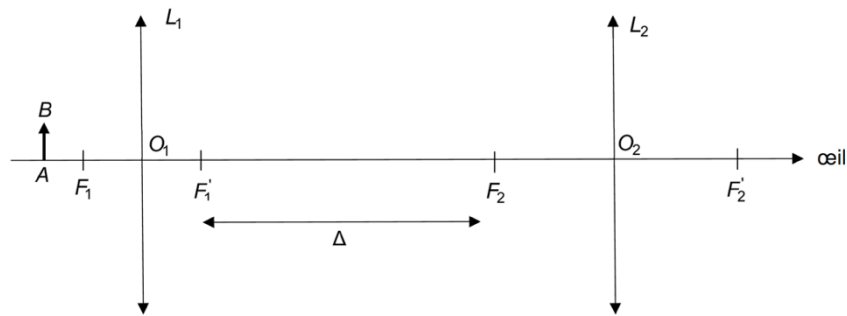


Figure 2 - Schéma du microscope

On se placera pour toute la suite dans les conditions de Gauss et dans l'approximation des petits angles (orientés positivement dans le sens trigonométrique). On note  $h$  la taille de l'objet AB observé.

- 1) Afin que l'observation puisse s'effectuer sans fatigue visuelle pour l'œil emmétrope, où doit être située l'image finale  $A_2$  en sortie de  $L_2$  ? Dans quel plan se situe donc l'image intermédiaire  $A_1B_1$  ?
- 2) Reproduire sur la copie le schéma du microscope et tracer le chemin de deux rayons lumineux passant par l'extrémité B de l'objet, l'un parallèle à l'axe et l'autre passant par  $O_1$ . Faire apparaître sur ce schéma :
  - l'image intermédiaire  $A_1B_1$  ;
  - le diamètre angulaire  $\alpha'$  de l'image finale vue par l'œil.

3) Montrer que la grandeur  $\gamma_1 = \frac{A_1B_1}{AB}$ , appelée grandissement transversal de l'objectif, s'écrit :  $\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f'_1}$ .

4) En déduire l'expression du diamètre angulaire  $\alpha'$  de l'image vue par l'observateur au travers du microscope en fonction de  $f'_1$ ,  $f'_2$ ,  $h$  et de  $\Delta$ .

En l'absence de dispositif, l'œil voit net un objet situé à une distance comprise entre  $d_m$  et  $d_M$ , avec  $d_m < d_M$ .

- 5) Quels noms donne-t-on aux points objets correspondant à ces distances ? Donner une valeur à  $d_m$  et  $d_M$  pour un œil emmétrope.
- 6) Déterminer le diamètre angulaire  $\alpha$  de l'objet AB vu sans instrument et situé à une distance  $d_m$  de l'œil (**figure 3**).

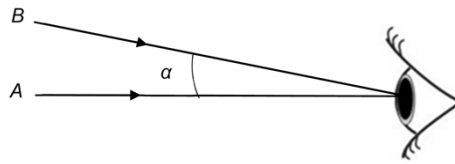


Figure 3 - Diamètre ou distance angulaire

7) En déduire que la grandeur  $G_C = \frac{\alpha'}{\alpha}$ , appelée grossissement commercial du microscope, s'écrit :  $G_C = -\frac{d_m \Delta}{f'_1 f'_2}$ .

Faire l'application numérique avec  $d_m = 25,00$  cm.

8) Un œil peut distinguer deux images ou deux objets si la distance angulaire les séparant est supérieure à la limite de résolution angulaire de l'œil  $\varepsilon = 1'$  (une minute d'arc). Déterminer quelle sera la distance angulaire minimale  $\alpha_m$  entre deux objets vus au travers de ce microscope.

L'image d'une partie d'une plume est donnée ci-après (**photo 2**) :

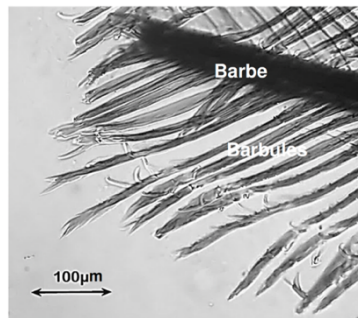


Photo 2 - Image d'une plume de perruche à l'aide d'un dispositif non précisé

9) Par mesure sur la **photo 2**, donner une estimation de la distance entre deux crochets situés au bout des barbules.

10) On rappelle que la résolution angulaire de l'œil nu est  $\varepsilon = 1'$ . Ces crochets peuvent-ils être distingués directement sans instruments ? Pourront-ils être distingués avec le microscope utilisé précédemment ?

11) Déterminer la position de l'objet par rapport au foyer objet  $F_1$  de l'objectif, dans les conditions de mise au point donnant une observation sans accommodation. Faire l'application numérique avec 4 chiffres significatifs.

12) Déterminer la position de l'objet par rapport au foyer objet  $F_1$  de l'objectif  $L_1$ , si l'instrument est réglé de façon à fournir une image finale située à une distance  $d_m = 25,00$  cm de l'œil de l'utilisateur, sa pupille étant placée dans le plan focal image de l'oculaire  $L_2$ . Faire l'application numérique avec 4 chiffres significatifs.

13) Calculer numériquement l'intervalle  $\Delta L$  séparant les deux positions objet étudiées précédemment et commenter.

En explorant davantage la plume, on découvre qu'à l'intérieur des barbes apparaissent des couches fines parallèles et empilées de petits grains appelés microgranules (**figure 4**).

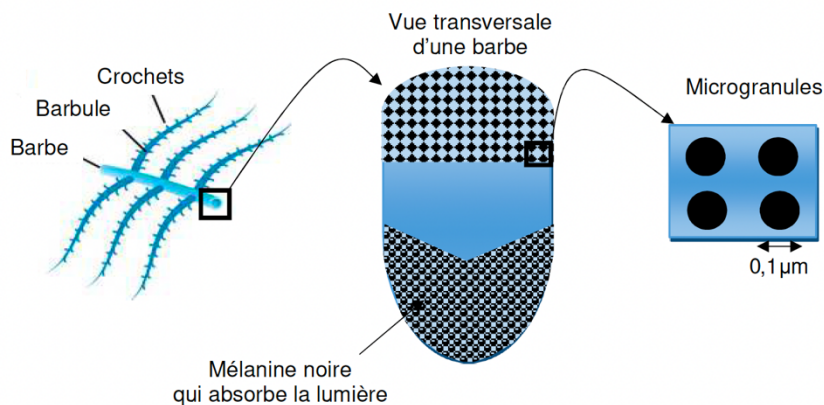
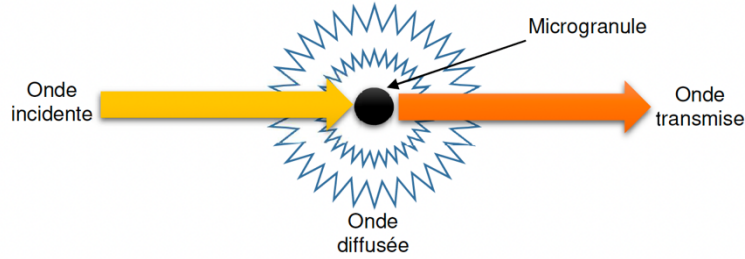


Figure 4 - Coupe transversale d'une barbe

Ces microgranules de petite taille sont responsables d'une diffusion de la lumière incidente (**figure 5**) :



**Figure 5** - Diffusion de la lumière par une microgranule

La puissance moyenne diffusée à travers une sphère, de centre une microgranule, est donnée par la formule :

$$\langle P \rangle = \alpha f^4$$

avec  $\alpha$  une constante de proportionnalité et  $f$  la fréquence du rayonnement incident.

14) Expliquer alors la couleur bleue prise par le plumage de la perruche lorsqu'elle est éclairée en lumière blanche. Que deviennent les radiations non diffusées ?

Réponse :  $A_2 = \infty$  et  $A_1 = F_2$  ;  $\alpha' = \frac{\Delta h}{f_1 f_2}$  ;  $\alpha = -\frac{h}{d_m}$  ;  $G_C = -166,7$  ;  $\alpha_m = -6,000 \cdot 10^{-3}$  ;  $30 \mu\text{m}$  ;  $|\alpha| = 0,4' < \varepsilon$  ;  $|\alpha'| = 67' > \varepsilon$  ;  $\overline{F_1 A} = -0,09000\text{cm}$  puis  $\overline{F_1 A} = -0,08911\text{cm}$ .

### XIII Modélisation du halo solaire

#### Partie A : La réfraction de la lumière

1) On considère un milieu homogène, isotrope et transparent à la lumière. Exprimer l'indice optique  $n$  de ce milieu en fonction de la célérité  $v$  de la lumière dans ce milieu et de la célérité  $c$  de la lumière dans le vide.

On étudie la situation, représentée sur la figure 1 suivante, de la réfraction et de la réflexion de la lumière.

Un rayon lumineux incident arrive sur un dioptré qui sépare deux milieux d'indices optiques  $n_1$  et  $n_2$ .

On note  $\theta_1$  l'angle d'incidence du rayon incident,  $\theta'_1$  l'angle que le rayon réfléchi fait avec la normale au dioptré, et  $\theta_2$  l'angle que le rayon réfracté fait avec cette même normale. Les angles considérés sont algébriques ; le sens positif, qui correspond au sens trigonométrique, est défini sur la figure 1 avec le symbole  $\oplus$ .

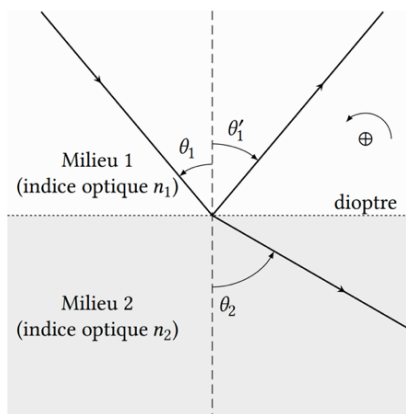


Figure 1 – Réflexion et réfraction de la lumière par un dioptré ( $n_2 < n_1$ ).

Les différents angles sont orientés :  $\theta_1 > 0$ ,  $\theta'_1 < 0$  et  $\theta_2 > 0$ .

Le sens positif est le sens trigonométrique.

- 2) Rappeler les lois de la réflexion et de la réfraction de Snell-Descartes.
- 3) Montrer que, dans le cas où  $n_2 < n_1$ , si  $\theta_1$  est supérieur à une valeur  $\theta_t$ , l'énergie véhiculée par le rayon incident est totalement réfléchi par le dioptré. Nommer cette situation.
- 4) Exprimer  $\theta_t$  en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ .
- 5) Dans le cas d'un dioptré séparant la glace ( $n_g = 1,31$ ) de l'air ( $n_a = 1,00$ ), calculer la valeur de  $\theta_t$  en degrés.

### Partie B : Le halo solaire

Le halo solaire, ou anthélie, est un phénomène optique atmosphérique qui ressemble à un arc-en-ciel circulaire (voir figure 2 à gauche). Il apparaît sous la forme d'un cercle coloré dont le soleil occupe le centre. L'objectif de cette sous-partie est la détermination du rayon angulaire du halo (qui représente l'angle au sommet du cône représenté sur la figure 2 à droite).

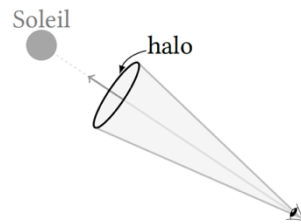


Figure 2 – Halo solaire.

À gauche, photographie d'un halo solaire.  
À droite, géométrie du halo solaire : le halo apparaît sous la forme d'un cercle lumineux intense centré sur l'axe qui relie l'œil de l'observateur au Soleil.

Le halo est dû à la réfraction de la lumière issue du soleil par de petits cristaux de glace en forme de bâtonnets. Les plus petits de ces cristaux (dont la taille peut être inférieure à  $20 \mu\text{m}$ ) ont un mouvement erratique provoqué par le choc des molécules qui constituent l'air ; ils ont donc toutes les orientations possibles dans l'espace. Puisqu'on ne s'intéresse qu'à la déviation des rayons lumineux, on peut modéliser la réfraction de la lumière issue du soleil par l'ensemble de ces cristaux par la réfraction de la lumière par un seul cristal en considérant un angle d'incidence variable.

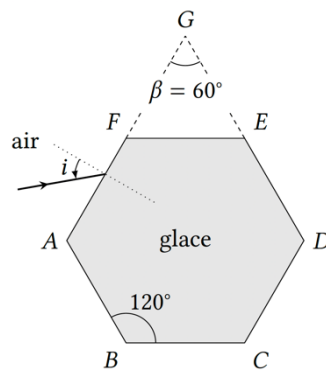


Figure 3 – Représentation de la section droite d'un cristal de glace et d'un rayon lumineux incident sur la face (AF) du cristal.

La figure 3 donne la représentation de la section droite d'un cristal de glace. Cette section présente la géométrie d'un hexagone régulier (ABCDEF). Un rayon lumineux incident, contenu dans le plan de cette section, atteint la face (AF) avec un angle d'incidence variable  $i$ . On étudie la déviation de ce rayon lumineux par le cristal.

- 6) Justifier que le rayon lumineux qui émerge du cristal ne peut pas sortir par la face (EF).
- 7) Justifier qu'un rayon lumineux qui émerge par la face (CD) est parallèle au rayon lumineux incident et n'est donc pas dévié par le cristal de glace.



On considère le rayon émergent par la face  $(DE)$ . Les faces  $(AF)$  et  $(DE)$  sont analogues aux faces d'un prisme de sommet  $G$ , d'angle au sommet  $\beta$  égal à  $60^\circ$  et d'indice optique égal à celui de la glace, à savoir  $n_g$  (voir figure 4).

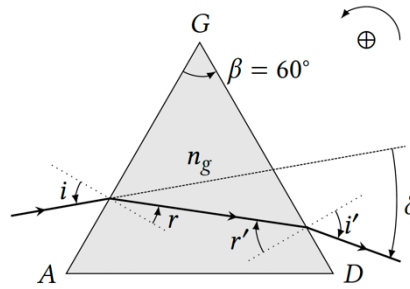


Figure 4 – Déviation du rayon lumineux incident par le prisme  $(ADG)$  d'indice optique  $n_g$ .

Les différents angles sont définis sur la figure 4. On les oriente selon la convention suivante : les angles qui correspondent à une rotation dans le sens trigonométrique sont comptés positivement. Le sens trigonométrique est rappelé par une flèche courbe sur la figure 4, associée au symbole  $\oplus$ .

On note  $\delta$  l'angle qui mesure la déviation du rayon incident après sa traversée du prisme. Les différents angles sur la figure 4 ont les signes suivants :  $i > 0$ ,  $r > 0$ ,  $i' < 0$ ,  $r' < 0$  et  $\delta < 0$ .

8) Donner les relations qui lient  $i$ ,  $r$  et  $n_g$  d'une part ;  $i'$ ,  $r'$  et  $n_g$  d'autre part.

9) Établir que :  $\beta = r - r'$  et que  $\delta = -i + r - r' + i'$ .

10) La figure 5 montre les variations de la valeur absolue de la déviation  $|\delta|$  en fonction de l'angle d'incidence. On constate l'existence d'une valeur minimale dont on admet qu'elle est obtenue lorsque  $i = -i'$ . En déduire que dans cette configuration :

$$r = \beta/2 \quad \text{et} \quad \sin i = n_g \sin(\beta/2).$$

11) La figure 5 montre que la valeur minimale de  $|\delta|$  est approximativement égale à  $22^\circ$ . Retrouver ce résultat par le calcul.

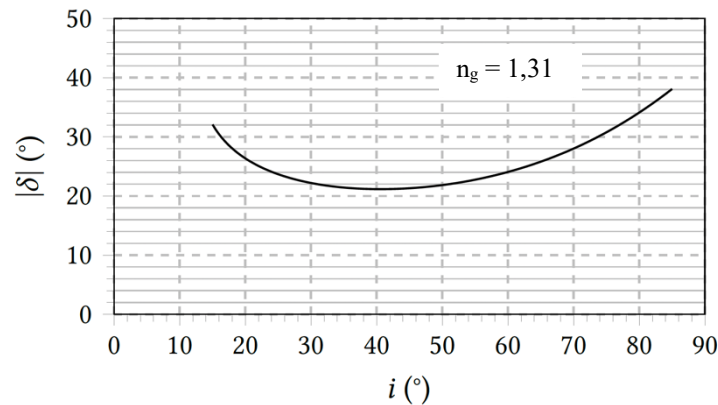


Figure 5 – Valeur absolue de la déviation du rayon lumineux en fonction de l'angle d'incidence.

12) Expliquer pourquoi l'observateur observe une accumulation de lumière (le halo solaire) dans la direction qui correspond à une ouverture angulaire de  $22^\circ$  autour de l'axe dirigé de son œil vers le Soleil.

13) L'indice optique de la glace est une fonction décroissante de la longueur d'onde. On observe que le halo solaire est irisé (l'irisation est la production des couleurs de l'arc-en-ciel par décomposition de la lumière du soleil) : de l'intérieur vers l'extérieur du halo, les couleurs observées varient du rouge au bleu. Préciser si les résultats établis précédemment sont en accord avec cette observation.

Réponse :  $n = c/v$  ;  $\theta'_1 = -\theta_1$  et  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$  ;  $\theta_1 = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = 49,8^\circ$  ;  $\sin i = n_g \sin r$  et  $\sin i' = n_g \sin r'$ .